kme

Aufnahmeprüfung 3. Semester

Lösungen: Mathematik, Beispiel 2

1. a. $\left(1+\frac{1}{5}\right):\frac{1}{2-\frac{1}{3}}=\frac{6}{5}:\frac{1}{\frac{5}{3}}=\frac{6}{5}:\frac{3}{5}=\frac{6}{5}\cdot\frac{5}{3}=2$

   b. $\sqrt{0.01}+\left(\frac{7}{5}\right)^2=0.1+\frac{49}{25}=\frac{1}{10}+\frac{49}{25}=\frac{103}{50}$

2. a. $z^2+5\cdot z+6=(z+2)(z+3)$

   b. $u^2-uv+wu-wv=u(u-v)+w(u-v)=(u+w)(u-v)$

   c. $5s^3-50s^2t+125st^2=5s(s^2-10st+25t^2)=5s(s-5t)^2$

3. a. $a=3:\left|\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ x+3y=2 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} y=1-2x \\ x+3y=2 \end{array}\right| \Rightarrow x+3(1-2x)=2 \Rightarrow x=\frac{1}{5}$

   $\Rightarrow y=\frac{3}{5} \Rightarrow L=\left\{\left(\frac{1}{5},\frac{3}{5}\right)\right\}$

   b. $\left|\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ x+ay=a-1 \end{array}\right| \Rightarrow \left|\begin{array}{l} y=1-2x \\ x+ay=a-1 \end{array}\right| \Rightarrow x+a(1-2x)=a-1 \Rightarrow (1-2a)x=-1$

   $\Rightarrow x=\frac{1}{2a-1} \Rightarrow y=1-2\frac{1}{2a-1}=\frac{2a-3}{2a-1} \Rightarrow L=\left\{\left(\frac{1}{2a-1},\frac{2a-3}{2a-1}\right)\right\}$

   c. Für $a=\frac{1}{2}$ ist das System nicht lösbar, es lautet dann $\left|\begin{array}{l} 2x+y=1 \\ 2x+y=-1 \end{array}\right|$.

4. a. $\frac{x+2}{x-1}=2x,\quad D=R\setminus\{1\}$

   $\Rightarrow 2x^2-3x-2=0 \Rightarrow x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\cdot2\cdot(-2)}}{2\cdot2}=\frac{3\pm5}{4}$

   $\Rightarrow x=-\frac{1}{2}$ oder $x=2 \Rightarrow L=\left\{-\frac{1}{2},2\right\}$

   b. $\underbrace{(x^2-4)}_{=0}\underbrace{\left(\frac{3}{x-2}-1\right)}_{=0}=0,\quad D=R\setminus\{2\}$

   $$\left.\begin{array}{l} x^2-4=0 \Rightarrow x=2 \text{ oder } x=-2 \\ \frac{3}{x-2}-1=0 \Rightarrow x=5 \\ D=R\setminus\{2\} \end{array}\right\} \Rightarrow L=\{-2,5\}$$

5. a. $Q(x) \le 0$, wenn entweder $2x - 4 \ge 0$ und $x - 5 \le 0$ (1. Fall) oder $2x - 4 \le 0$ und $x - 5 \ge 0$ (2. Fall). Im 1. Fall muss $x \ge 2$ und $x \le 5$ sein, d.h. x = 2, 3, 4, 5. Im 2. Fall muss $x \le 2$ und $x \ge 5$ sein, d.h. es gibt kein x. Also ist $L = \{2,3,4,5\}$.

b. $Q(a+2) = (2(a+2)-4)(a+2-5) = 2a(a-3) = 2a^2 - 6a$

6. x = Anzahl Bilder von Oli, y = Anzahl Bilder von Lukas

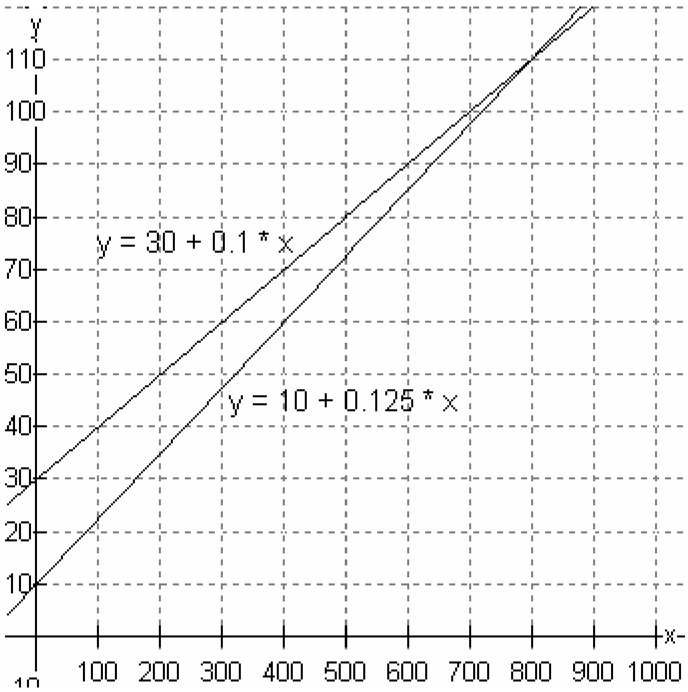
$$\Rightarrow \left| \begin{array}{l} x - 15 = y + 15 \\ x + 15 = 2(y-15) \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x - y = 30 \\ x - 2y = -45 \end{array} \right| \Rightarrow \left| \begin{array}{l} y = x - 30 \\ x - 2y = -45 \end{array} \right|$$

$$\Rightarrow x - 2(x-30) = -45 \Rightarrow x = 105$$

7. $$\frac{a^{-2}(a^{-1}b)^3}{b^4} = \frac{a^{-2}a^{-3}b^3}{b^4} = \frac{a^{-5}}{b} = \frac{1}{a^5 b}$$

8. a. Vertrag A kostet Hans $30 + 8 \cdot 60 \cdot 0.1 = 78$ Fr., Vertrag B $10 + 8 \cdot 60 \cdot 0.125 = 70$ Fr. Vertrag B ist also günstiger für Hans.

b. Für Vertrag A ist $y = f_A(x) = 30 + 0.1 \cdot x$, für Vertrag B $y = f_B(x) = 10 + 0.125 \cdot x$.



c. $30 + 0.1 \cdot x = 10 + 0.125 \cdot x \Rightarrow 0.025 \cdot x = 20 \Rightarrow x = 800 \text{ min} = 13 \text{ h } 20 \text{ min}$

9. a. Sei H der Fusspunkt der Höhe, die durch den Eckpunkt D geht und senkrecht auf der Grundseite AB steht. Im rechtwinkligen Dreieck AHD betragen $AH = \frac{8-4}{2} = 2$ und $HD = \sqrt{8^2 - 2^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$. Die Trapezfläche beträgt $F = \frac{8+4}{2} 2\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$.

b. Ausgedrückt durch a betragen $AH = \frac{a - a/2}{2} = \frac{a}{4}$, $HD = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{15\,a^2}{16}} = \frac{\sqrt{15}\,a}{4}$ und $F = \frac{a + a/2}{2} \cdot \frac{\sqrt{15}\,a}{4} = \frac{3\sqrt{15}\,a^2}{16}$.

10. a. $\text{Volumen} = \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe} = \dfrac{5 \cdot 12}{2} \cdot 11 = 330 \text{ cm}^3$

$\text{Hypotenuse der Grundfläche} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13 \text{ cm}$

$\text{Oberfläche} = 2 \cdot \text{Grundfläche} + \text{Mantelfläche} = 2 \cdot 30 + (5 + 12 + 13) \cdot 11 = 390 \text{ cm}^2$

b. $h = \text{Höhe des Prismas} \Rightarrow 2 \cdot 30 + 30\,h = 195 \Rightarrow h = 4.5 \text{ cm}$